

L3 Physique. Interrogation écrite de physique quantique n° 2

Transformation de Galilée

1. Soit l'opérateur unitaire $U(v)$

$$U(v) = e^{imvX/\hbar}$$

où v est une vitesse, m une masse et X l'opérateur position. Si P est l'opérateur impulsion, montrer que

$$R(v) = e^{-imvX/\hbar} P e^{imvX/\hbar} = P + mvI$$

Suggestion : obtenir une équation différentielle pour $R(v)$ en calculant dR/dv . Pourquoi peut-on interpréter $U(v)$ comme effectuant une transformation de Galilée à $t = 0$?

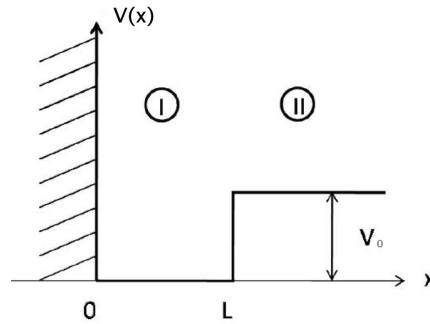
2. Quel est le transformé $H(v)$ du hamiltonien $H = P^2/2m + V(X)$ par la transformation $U(v)$:

$$H(v) = e^{-imvX/\hbar} H e^{imvX/\hbar}$$

Quelle est l'interprétation physique du résultat ?

Diffusion par un puits asymétrique

On considère la *diffusion* d'une particule de masse m par un puits de potentiel asymétrique comme montré sur la figure ($V(x) = +\infty$ pour $x < 0$, $V(x) = 0$ si $0 \leq x \leq L$ et $V(x) = V_0$ si $x > L$).



1. On s'intéresse aux états d'énergie $E > V_0$ pour une particule venant de $+\infty$.

a) Justifier que la fonction d'onde $\psi(x)$ dans la région II peut s'écrire :

$$\psi_{II}(x) = e^{-ik'x} + r'e^{ik'x}$$

où on explicitera k' en fonction de \hbar , m , V_0 et E . Comment interpréter ces deux termes ?

b) Montrer que la fonction d'onde $\psi(x)$ dans la région I peut s'écrire :

$$\psi_I(x) = te^{-ikx} + re^{ikx}$$

où on explicitera k en fonction de \hbar , m et E .

Montrer que $r = -t$.

c) Expliquer pourquoi la solution donnée par 1.a) et b) ne peut décrire un état lié.

2. a) Ecrire les conditions que doit vérifier la fonction d'onde en $x = L$.

b) En déduire que le coefficient r' peut s'écrire :

$$r' = -e^{-2ik'L} \frac{k \cos kL + ik' \sin kL}{k \cos kL - ik' \sin kL}$$

c) Calculer $|r'|$ et montrer que la phase de $r' = |r'| e^{i\varphi}$ a pour expression :

$$\varphi = -2k'L + 2\phi + \pi$$

où $\tan \phi = \frac{k'}{k} \tan kL$.

d) Pour quelles valeurs de l'énergie E , la phase φ se réduit-elle à $-2k'L + \pi \pmod{2\pi}$? Comment peut-on interpréter ce résultat ?