

## Examen de Relativité

**Remarques** : les réponses apportées aux questions seront *concises*. On reportera clairement sur la copie d'examen les numérotions des questions (p.ex. **1(a)**., **1(b)**., ..., **3(a)**., etc...).

Un **formulaire manuscrit rédigé personnellement sur feuille A4 recto** est autorisé.

### 1 – Questions de cours

- A partir des transformations de Lorentz, expliquez ce que l'on appelle longueur propre et « contraction des longueurs ».
- Montrez la covariance de la force de Lorentz sous les transformations de Galilée et déduisez-en comment les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  se transforment sous ces transformations.

### 2 – Exercices

- Deux évènements  $E_1$  et  $E_2$  ont pour coordonnées spatio-temporelles respectives  $(x_1, t_1) = (0 \text{ m}, 2 \text{ ns})$  et  $(x_2, t_2) = (0.6 \text{ m}, 1 \text{ ns})$ . Existe-t'il un référentiel  $\mathcal{R}'$  dans lequel ces événements sont simultanés? Si oui, quel est sa vitesse par rapport à  $\mathcal{R}$ ?
- Quelle est la vitesse relative de 2 mobiles allant dans une même direction aux vitesses 0.9999997 et 0.9999995?

### 3 – Problème : choc “mou” relativiste

On considère le choc d'une particule de masse  $m_A$  se dirigeant à vitesse  $v_0$  vers une particule de masse  $m_B$  initialement au repos. Après le choc on suppose que les deux particules forment un agrégat (c-à-d. elles restent “collées”) se déplaçant à vitesse  $v = (v_A = v_B)$ .

- La quantité de mouvement totale est conservée. Pourquoi? Ecrivez cette loi de conservation en termes de  $m_A, m_B, \gamma_0, \gamma, \beta_0$  et  $\beta$ . (rappel :  $\beta = v/c, \gamma = \sqrt{1 - \beta^2}$ .)
- En utilisant l'identité  $\gamma = \sqrt{1 + \gamma^2 \beta^2}$ , que vous démontrerez, déduisez du point précédent  $\gamma$  en fonction de  $m_A, m_B, \gamma_0, \beta_0$ .
- Soit  $E_0$  l'énergie totale du système avant le choc. Ecrivez  $E_0$  en fonction de  $c^2, m_A, m_B$  et  $\gamma_0$ .
- Soit  $E$  l'énergie totale après le choc. Exprimez  $E$  en fonction de  $c^2, m_A, m_B$  et  $\gamma$ .
- Démontrez que pour le choc considéré la variation de l'énergie totale du système de particules est négative, c'est-à-dire  $E_0 - E > 0$ . Où est passée l'énergie manquante?
- Montrez que dans la limite où  $\beta_0 \ll 1$ , on peut obtenir :

$$E_0 - E \approx \frac{1}{2} \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} v_0^2$$

Ce résultat correspond-il à celui que l'on obtiendrait en mécanique classique?