Université de Nice-Sophia Antipolis
Licence 2^e^année SM/MP Physique

PARTIEL N° 2 : DYNAMIQUE RELATIVISTE.

(durée 2 heures)

Exercice 1.

On veut produire avec un proton (masse m et charge q) une réaction nucléaire dont l'énergie seuil est E_s. Pour communiquer cette énergie au proton, on l'introduit avec une vitesse négligeable au temps $t = 0$ dans un accélérateur linéaire où règne un champ électrique uniforme horizontal de module $\mathcal{E}$, $\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}\hat{x}$. En fonction du temps, la position et la vitesse du proton sont respectivement repérées par son abscisse $x(t)$ et par la composante $v_x(t)$ de sa vitesse.

1. À partir de l'expression (simple) de la force de Lorentz, établissez les expressions respectives de l'impulsion $p_x(t)$, de l'énergie $E(t)$ et de la vitesse $v_x(t)$ du proton en fonction du temps.

2. En posant $x(0) = 0$, obtenez l'expression suivante pour la position $x(t)$ du proton en fonction du temps :

$$x(t) = \frac{2}{q\mathcal{E}}\left(E(t) - mc^2\right) = \frac{2mc^2}{q\mathcal{E}}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{cq\mathcal{E}t}{mc^2}\right)^2} - 1\right]$$

3. Données numériques : $E_s = 12.6\,\mathrm{GeV}$, $\mathcal{E} = 10^7\,\mathrm{V/m}$, $m = 0.94\,\mathrm{GeV}/c^2$, $q = 1,6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$. (Rappel : $1\,\mathrm{eV} = 1.6 \times 10^{-19}\mathrm{J}$). On définit l'instant $t = \tau$ pour lequel $E(\tau) = E_s$.

Calculez :

- La distance L parcourue par le proton entre $t = 0$ et $t = \tau$;
- la valeur en GeV de l'expression $(cq\mathcal{E}\tau)$ à l'instant τ ;
- la valeur de $v_x(\tau)/c$.

Déduisez, alors, la valeur de τ.

Exercice 2.

Un électron de masse $m = 0.511\,\mathrm{MeV}/c^2$ se déplace dans le référentiel $(\mathcal{R})$ du laboratoire avec une énergie $E = 30\,\mathrm{GeV}$.

1. Pourquoi peut-on dire que l'électron est ultra-relativiste ? On appelle V sa vitesse dans $(\mathcal{R})$, $\beta = V/c$. Montrez que $\beta \simeq 1 - \varepsilon$, avec $\varepsilon \sim 10^{-10}$ (estimez plus précisément ε). En déduire que $\gamma \simeq \beta\gamma \simeq 1/\sqrt{2\varepsilon}$; donnez la valeur numérique.

2. Un faisceau laser, dont l'énergie individuelle des photons est $4.68\,\mathrm{eV}$, est dirigé sur un faisceau d'électrons d'énergie E. Représentez schématiquement la situation dans $(\mathcal{R})$. Donnez l'expression du quadrivecteur $\underline{k}$ associé au photon.

3. On note $(\mathcal{R}')$ le référentiel dans lequel l'électron est immobile. Définissez dans ce référentiel les quadrivecteurs $\underline{p}'$ et $\underline{k}'$ associés respectivement à l'électron et au photon.

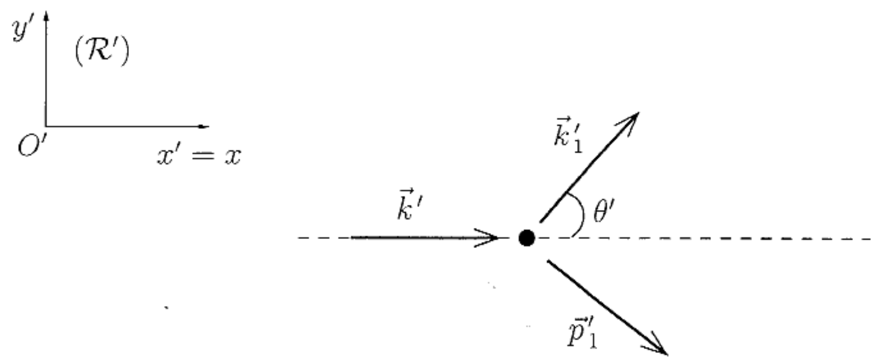

FIGURE 1 – Collision électron-photon vue dans le référentiel $(\mathcal{R}')$ lié à l'électron.

4. Comme le montre la figure 1, dans $(\mathcal{R}')$ la collision électron-photon est du type « diffusion Compton ». Après collision, on note $\underline{p}'_1$ et $\underline{k}'_1$ les quadrivecteurs respectifs de l'électron et du photon (dont l'impulsion fait un angle θ' avec l'horizontale). Établissez l'expression de k'_1 en fonction de k' et de θ'.

5. Exprimez dans $(\mathcal{R})$ le quadrivecteur $\underline{k}_1$ associé au photon diffusé. Quelle est l'énergie individuelle des photons diffusés dans les directions $\theta' = \pm\pi/2$ et $\theta' = \pi$?