

EXAMEN PARTIEL DE RELATIVITÉ

15 mars 2010 – durée : 2 heures

Temps propre et intervalles d'espace-temps

A. À l'aide d'une fusée se déplaçant à vitesse constante V , on souhaite envoyer une sonde spatiale dans le voisinage de l'étoile α du centaure, située à une distance $D = 4$ années-lumière de la Terre.

1. Quelle doit être la vitesse de la fusée pour que la durée du voyage, mesurée sur les horloges du véhicule spatial, soit $\Delta t = 1$ an ?
2. Quelle est la durée du voyage pour un observateur terrestre ?
3. Quelle est, mesurée dans le référentiel de la fusée, la distance entre la Terre et α du centaure ?

B. L'intervalle d'espace-temps séparant deux événements E_1 et E_2 s'écrit

$$s_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2, \quad (1)$$

1. Vérifiez explicitement que cet intervalle est invariant sous les transformations de Lorentz-Poincaré.

2. Un événement se produit au point de coordonnées $(x', y', z') = (0.8 \text{ m}, 0.1 \text{ m}, 0)$ et à l'instant $t' = 2 \text{ ns}$ dans un référentiel (\mathcal{R}') animé de la vitesse $\vec{V} = 0.8 c \hat{x}$ par rapport à un référentiel (\mathcal{R}) .

a. Exprimez les coordonnées de cet événement dans \mathcal{R} .

b. Calculez le carré de l'intervalle qui relie cet événement à l'événement origine. Peut-on trouver un référentiel \mathcal{R}'' dans lequel cet événement se produit à l'instant $t'' = 0$?

3. Deux événements E_1 et E_2 ont pour coordonnées spatio-temporelles respectives $(x, y, z, t) = (3 \text{ m}, 0, 0, 10 \text{ ns})$ et $(6 \text{ m}, 0, 0, 5 \text{ ns})$.

a. Calculez le carré de l'intervalle entre ces deux événements. Pour quelle vitesse V ces deux événements apparaissent-ils simultanés dans (\mathcal{R}') ?

b. À quel instant t' de (\mathcal{R}') ces événements se produisent-ils simultanément ?

Transformation des angles

Une tige AB est immobile dans le référentiel (\mathcal{R}') du laboratoire; sa longueur dans ce référentiel est L' , et elle est inclinée d'un angle θ' par rapport à l'horizontale (voir figure 1).

Le référentiel (\mathcal{R}') est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse V par rapport à un référentiel d'inertie (\mathcal{R}) .

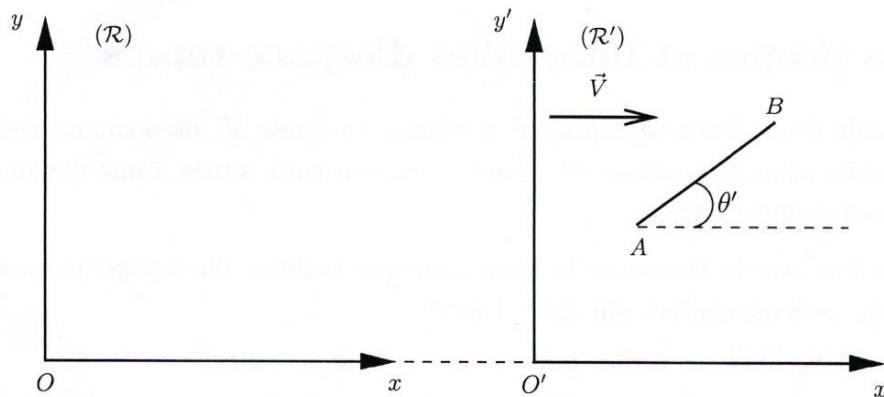


Figure 1.

1. Déterminez l'angle θ que fait la tige avec l'horizontale pour un observateur lié à (\mathcal{R}) .
2. Quelle est la longueur L de la tige mesurée dans (\mathcal{R}) ?
3. À partir des deux questions précédentes, examinez les cas particuliers $\theta' = 0$ et $\theta' = 90^\circ$.
4. **Applications.** Dans le cas où $(V/c)^2 = 3/4$, représentez ce que deviennent, dans (\mathcal{R}) , le cercle (de diamètre 3 cm) et le carré (de côté 3 cm) représentés immobiles dans (\mathcal{R}') sur la figure 2.

Vous dessinerez à l'échelle 1, et vérifierez que l'inclinaison et la longueur de la diagonale sont bien données par les résultats que vous avez obtenus aux deux premières questions.

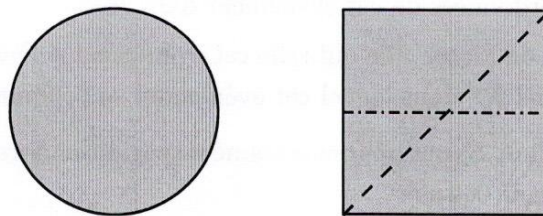


Figure 1.