

Examen de Relativité (deuxième session)

Remarques : les réponses apportées aux questions seront *concises*. On reportera clairement sur la copie d'examen les numérotions des questions (p.ex. **1(a)**., **1(b)**., ..., **3(a)**., etc...) séparés chaque fois par un long trait horizontal.

Le formulaire distribué en cours est autorisé.

1 – Questions de cours

- a. Deux événements $E_1 \equiv (ct_1, x_1)$ et $E_2 \equiv (ct_2, x_2)$ séparés par un intervalle de genre espace peuvent-ils avoir entre eux une relation de causalité? Pourquoi?
- b. A partir des transformations de Lorentz définir ce qu'on appelle contraction des longueurs en relativité restreinte.
- c. Comment définit-on l'énergie cinétique d'une particule de masse m en mécanique *relativiste*? Quel est son lien avec l'énergie cinétique définie en mécanique *classique*?
- d. Démontrez que la norme lorentzienne du quadrivecteur énergie-impulsion d'une particule de masse m peut s'écrire $\|\underline{P}\|^2 = m^2 c^2$. Montrez ensuite que la masse d'une particule est nulle si et seulement si sa vitesse est égale à la vitesse de la lumière c .

2 – Exercices de cinématique relativiste

- a. Un observateur appartenant à une galaxie G_1 constate que deux autres galaxies, G_2 et G_3 , s'éloignent de G_1 avec des vitesses opposées mais de même norme $0.9c$. Quelle est la vitesse de G_2 par rapport à G_3 , c'est à dire dans le référentiel inertiel lié à G_3 ? (Faites un schéma en indiquant les vitesses). $\longrightarrow \sqrt{g_3}(G_1) = 3,47c$
- b. Quelle est la vitesse relative de 2 mobiles allant dans une même direction aux vitesses $v_1 = 0.999999997c$ et $v_2 = 0.999999995c$?

3 – Effet Compton

Un photon de quadrivecteur énergie-impulsion $\underline{P} = (E/c, \vec{p})$ entre en collision avec un électron au repos, de quadrivecteur énergie-impulsion égal à $\underline{P}_e^{(0)} = (mc, \vec{0})$, où m est la masse de l'électron. Après le choc le quadrivecteur énergie-impulsion du photon devient $\underline{P}' = (E'/c, \vec{p}')$ et celui de l'électron est noté $\underline{P}_e = (E_e/c, \vec{p}_e)$. La direction du photon sortant par rapport à la trajectoire rectiligne du photon incident est définie par l'angle θ .

- Dessiner un schéma représentant la réaction $\gamma + e^- \rightarrow \gamma' + e^-$ décrite ci-dessus.
- En invoquant une loi de conservation fondamentale, exprimez \underline{P}_e en fonction de \underline{P} , \underline{P}' et $\underline{P}_e^{(0)}$.
- En utilisant les invariants de Lorentz $\|\underline{P}\|^2$, $\|\underline{P}'\|^2$ et $\|\underline{P}_e\|^2$, ainsi que le produit scalaire $\vec{p} \cdot \vec{p}' = pp' \cos \theta$, développez et simplifiez l'équation

$$c^2 \left\| \left(\frac{E_e}{c}, \vec{p}_e \right) \right\|^2 = c^2 \left\| (mc, \vec{0}) + \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right) - \left(\frac{E'}{c}, \vec{p}' \right) \right\|^2$$

afin d'obtenir l'expression suivante :

$$0 = EE'(\cos \theta - 1) + mc^2(E - E')$$

Déduisez-en la formule de Compton qui exprime la différence entre les longueurs d'ondes des photons γ et γ' en fonction de l'angle θ .

(indications : la longueur d'onde et la fréquence sont liées par l'équation $\lambda\nu = c$; la relation de Planck s'écrit $E = h\nu$, où $h = 6,6 \cdot 10^{-24}$ J.s est la constante de Planck).

- Calculez la valeur numérique de $h/(mc)$ en l'exprimant dans une unité physique appropriée. ($m = 0,9/10^{-30}$ kg) Comment peut-on interpréter cette quantité physique dans l'effet Compton ?
- Que vaut E_0 , l'énergie d'un électron au repos ? Calculez la valeur numérique de E_0 . Quel autre phénomène que l'effet Compton peut-il se produire si l'énergie du photon incident ci-dessus est beaucoup plus grande qu'un MeV ?