

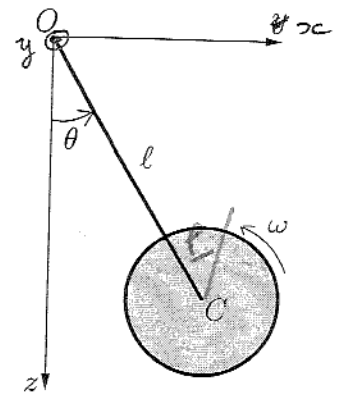
Mécanique du solide

Épreuve du 4 Septembre 2006

(L'usage des calculatrices et de tout document est interdit)

Un pendule pesant est constitué d'une tige homogène de masse m et de longueur $OC = \ell$, et d'un disque homogène de masse M , de centre C et de rayon R ; le disque peut tourner librement autour de son axe Cy avec une vitesse angulaire ω .

La tige OC est abandonnée sans vitesse initiale à partir d'une position faisant un angle θ_0 avec la verticale Oz , le disque ayant une vitesse de rotation ω_0 . L'ensemble reste dans le plan vertical $xyOz$.



1) Quels sont les degrés de liberté de la tige ? Ceux du disque ?

Quel est le vecteur rotation de la tige ($\vec{\omega}_t$) ? du disque ($\vec{\omega}_d$) ?

2) Faire le bilan des forces agissant sur le disque et lui appliquer le théorème du moment dynamique : que peut-on en déduire quant à la vitesse angulaire ω ?

3) Calculer l'énergie cinétique de la tige, du disque.

4) L'énergie mécanique du système tige + disque est-elle conservée au cours du temps ? (Justifier). Calculer cette énergie et en déduire que l'angle θ vérifie une équation différentielle de la forme : $\ddot{\theta} + \Omega^2 \sin \theta = 0$. Quelle est la période des petites oscillations du pendule ?

On suppose maintenant que le disque est rigidement lié à la tige OC .

5) Quel est le nouveau vecteur rotation du disque ? Quelle est sa nouvelle énergie cinétique ?

6) Utiliser de nouveau le théorème de conservation de l'énergie pour trouver la nouvelle équation différentielle vérifiée par θ .

Comparer la période des petites oscillations à celle trouvée dans la question 4). La rotation du disque sur lui-même ralentit-elle le mouvement du pendule ou au contraire l'accélère-t-elle ?

Facultatif :

7) Retrouver l'équation différentielle vérifiée par θ en utilisant le théorème du moment dynamique.