

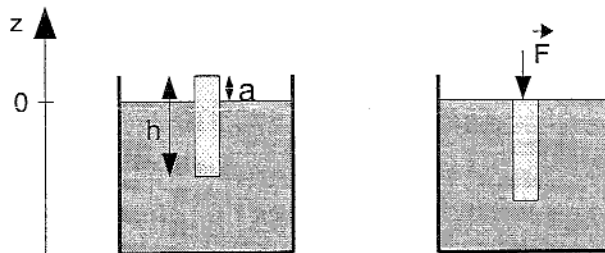
Licence SM-MP 2^{ème} année : HYDRODYNAMIQUE

Epreuve du 14 mai 2008

Durée conseillée : 2 heures
Aucun document n'est autorisé.

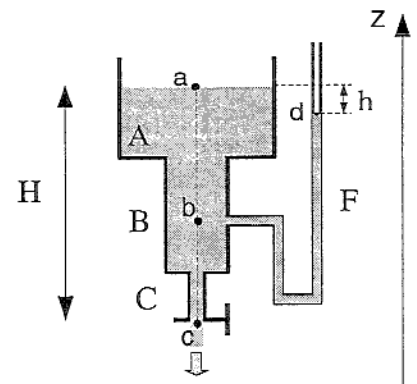
Exercice 1 : Glaçon

- 1) Un glaçon de forme cylindrique (hauteur $h=3\text{cm}$, rayon $R=1\text{cm}$) flotte à la surface de l'eau. On appelle a la hauteur à l'air libre. Les masses volumiques de l'eau et de la glace sont respectivement $\rho_l=10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_s=0,92 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. Ecrire l'équation mécanique pour l'équilibre du glaçon. En déduire le rapport a/h .
- 2) Donner l'expression de la pression dans l'eau en fonction de l'altitude z (prendre l'origine à l'interface eau-air). Retrouver l'expression de la poussée d'Archimède en calculant directement la résultante des forces de pression s'exerçant sur toutes les faces du glaçon.
- 3) Quelle force \vec{F} doit-on exercer verticalement sur la surface supérieure du glaçon pour le maintenir à la lisière de la surface de l'eau.

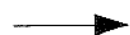


Exercice 2 : Expérience de Bernoulli

Un tube B de section S_B est branché sous un récipient ouvert A de section S_A ($S_A > S_B$). Le tube B se prolonge par un tuyau C de section $S_C \ll S_B$ fermé par un robinet. La hauteur totale du fluide est H . Un tube fin F, ouvert à ses extrémités est branché sur le tube B. Le fluide n'a pas de mouvement dans le tube fin. L'ensemble est rempli d'un fluide parfait incompressible. Lorsque l'on ouvre le robinet, le fluide s'écoule dans le tube sous l'effet de la pesanteur. Soit h la différence des niveaux du fluide dans le récipient A et dans le tube fin.



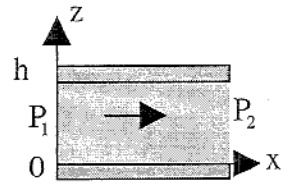
- 1) A partir de la conservation du débit, exprimer le rapport des vitesses du fluide aux points a, b et c en fonction des sections correspondantes.
- 2) En considérant la ligne de courant (abc), trouver l'expression de la vitesse V_c de sortie du tube C en fonction de H . Simplifier dans le cas $S_C \ll S_A$.
- 3) Calculer la vitesse V_b du fluide dans le tube B au niveau du tube fin en fonction de h .



Exercice3 : *Ecoulement de Poiseuille plan*

On néglige les effets de la pesanteur dans tout le problème.

Un fluide newtonien incompressible s'écoule dans un capillaire formé de deux plans immobiles, parallèles au plan xOy et séparés par une hauteur h . La largeur l (suivant y) et la longueur L (suivant x) des deux plans étant très grandes par rapport à h , on considère qu'ils sont infinis. On impose un gradient de pression suivant x : $\frac{dP}{dx} = -\frac{\Delta P}{L}$ où $\Delta P = P_1 - P_2 > 0$ est la



différence de pression entre l'entrée et la sortie des plans. On cherche une solution stationnaire de la forme $\vec{v} = v(x, z) \hat{x}$ correspondant à un écoulement unidirectionnel.

- 1) En utilisant l'équation de conservation de la masse, simplifier la forme de \vec{v} .
- 2) Enoncer les conditions aux limites pour le champ de vitesse.
- 3) A partir de l'équation de Navier-Stokes (*), trouver la solution \vec{v} , P du problème.
- 4) Représenter le profil de vitesse.
- 5) Calculer le débit Q du fluide en fonction de ΔP , L , l , h et η la viscosité du fluide. En déduire l'expression de la résistance hydraulique R_h du capillaire.

$$(*) \quad \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\vec{\nabla} P + \eta \Delta \vec{v}$$