UNIVERSITE DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS

L2-SM et L2-MP 13 novembre 2008

Partiel d'Électromagnétisme (durée 2h)

Documents interdits à l'exception du formulaire. Lire le sujet en entier avant de commencer.

I- Champ de vecteurs

Soit le champ de vecteurs $\vec{A} = \frac{K}{\rho^2}\hat{\rho}$ où K est une constante positive.

1- Représenter ce champ en coordonnées cylindriques; peut-on prévoir s'il est à divergence ou à rotationnel nul ? Quelle est l'allure des lignes de champ ?

2- Calculer le flux Φ_1 de $\vec{A}$ à travers la surface fermée S_1 constituée par le cylindre d'axe Oz, de rayon R et de hauteur h. En déduire le flux Φ_2 de $\vec{A}$ à travers la surface fermée S_2 constituée par deux cylindres coaxiaux d'axe Oz et de hauteur h, de rayons R_i pour le cylindre intérieur et R_e pour le cylindre extérieur.

3- En utilisant l'expression de la divergence en cylindriques, calculer $\iiint_\Omega \mathrm{div}\vec{A}\, d\tau$ dans les deux volumes Ω_1 et Ω_2 limités respectivement par les surfaces fermées S_1 et S_2 et comparer le résultat obtenu à Φ_1 et Φ_2. Conclusion ? Expliquer pour quelle raison on a ce résultat.

II- La molécule HCl

La molécule diatomique HCl est polaire, H portant la charge + e et Cl la charge -e ($e = 1{,}6.10^{-19}$C) séparées par une distance a ($a = 0{,}127$nm).

On attache un repère Oxy à la molécule, l'origine O étant au milieu de la distance H-Cl, l'axe Ox selon H-Cl et l'axe Oy perpendiculaire.

1- Déterminer, en fonction de e et a le vecteur champ électrique $\vec{E}_0$ au point O. Application numérique: calculer $|\vec{E}_0|$ (on rappelle $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\mathrm{Fm}^{-1}$).

2- Soit un point M(0,y) astreint à se déplacer sur Oy. Déterminer le champ électrique $\vec{E}_+$ créé en M par la charge positive; en déduire le champ $\vec{E}_-$ créé par la charge négative. Dessiner ces champs sur un schéma et déterminer en fonction de y, e et a le champ total $\vec{E}_M$ (module, direction, sens) au point M. Tracer le graphe $\vec{E}_M(y)$.

3- Soit un point N(x,0) astreint à se déplacer sur l'axe Ox. Par un raisonnement analogue à celui de la question 2, déterminer en fonction de x, e et a le champ électrique $\vec{E}_N$ (module, direction, sens) au point N. On commencera par chercher $\vec{E}_N$ pour x>a/2 puis on en déduira sa valeur pour x<-a/2. Enfin on déterminera $\vec{E}_N$ pour -a/2<x<a/2.

Tracer le graphe $\vec{E}_N(x)$. On aura soin de préciser la tangente à la courbe en x=0.

N.B. on rappelle que la direction du champ électrique s'obtient avantageusement en étudiant les plans de symétrie et/ou d'antisymétrie du système.

III- Distribution volumique de charges

Soit une distribution volumique de charges, contenue à l'intérieur d'une sphère de centre O et de rayon R, définie par $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$ où ρ_0 est une constante positive.

1- Quel système de coordonnées est le mieux adapté au problème ? Quels sont les éléments de symétrie et comment est orienté le champ électrique $\vec{E}$? Quelles sont les invariances et de quelles variables dépend $\vec{E}$?

2-Appliquer le théorème de Gauss pour calculer le module de $\vec{E}$ dans les 2 cas: $\oiint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

i) $r < R$

ii) $r \geq R$

3- Donner l'expression de la charge ponctuelle équivalente Q, placée en O, qui créerait le même champ électrique pour $r \geq R$.

4-En déduire le potentiel V(r) dans les deux régions de l'espace définies en 2 (on sera amené à utiliser la continuité de V en r = R).

5- Représenter graphiquement $|\vec{E}(r)|$ et V(r) en fonction de r.

* * * * * * * * * * * * * *