Controle Continu 21 Avril 2011 - Durée 1 h 45 minutes

Les 3 exercices sont indépendants. Seul document autorisé : formulaire distribué. Calculatrices non autorisées.

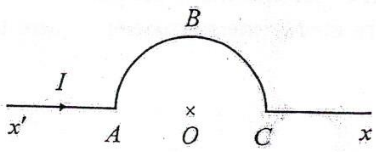
Cours : Equations de Maxwell

Donner sous forme d'un tableau à 3 colonnes les 4 équations de Maxwell en régime dépendant du temps en présence de sources $\rho(M,t)$ et $\vec{j}_c(M,t)$:
- dans la deuxième colonne sous forme locale
- dans la troisième colonne sous forme intégrale

Donner l'équation de la conservation de la charge sous forme locale.

Exercice 1 : Conducteur semi-circulaire

Un conducteur semi-circulaire ABC de centre O et de rayon R est alimenté par un courant d'intensité I par deux fils rectilignes infiniment longs x'A et Cx (voir Figure).
Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(O)$ créé par le circuit total au point O. On rappele que le champ magnétique créé par une spire circulaire de rayon R parcourue par une intensité I en son centre O vaut $B(O) = \frac{\mu_0 I}{2R}$.



Exercice 2 : Force s'exercant entre deux fils infinis. Définition de l'Ampère

I.) Soit un fil rectiligne de longueur infinie parcouru par un courant d'intensité I et placé selon l'axe Oz dans le vide.

1.a) Préciser le système de coordonnées adapté puis en appliquant le thèoréme d'Ampère, ètablir l'expression du champ magnétique créé par ce fil à une distance ρ. Faire un schéma et préciser l'orientation du champ magnétique.

1.b) Le fil est parcouru par une intensité de 2.5 A, à quelle distance du fil le champ magnétique créé par le fil a-t-il une valeur de 2×10^{-5} Teslas, qui est la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. On donne $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ SI.

II.) On place à une distance a de ce fil un deuxième fil, parallèle au premier fil et parcouru par la même intensité I circulant dans le même sens.

2.a) Donner l'expression de la force de Laplace qui s'exerce sur un élément de courant $\vec{dC} = I\vec{dl}$ placé dans un champ magnétique $\vec{B}$.

2.b) Exprimer la force s'exercant sur un élément de courant $\vec{dC} = I\vec{dl}$ du conducteur 2 sous l'effet du champ magnétique créé par le conducteur 1, en fonction de I, μ_0, a, $\vec{dl}$ et d'un vecteur unitaire que l'on précisera. Quelle force $\overrightarrow{F}_{1\to 2}$ s'exerce sur une longueur l du fil 2 ? Préciser sur un schéma l'orientation de cette force ainsi déterminée. Quelle est la force $\overrightarrow{F}_{2\to 1}$ ressentie par une longueur l du fil 1 de la part du champ magnétique du fil 2 ?

2.c) Quelle est la nature de ces deux forces ? Comparez son sens à celui de la force èlectrostatique qui s'éxercerait entre deux fils infinis portant des densités linéiques $+\ \lambda$ tous les deux. Commentaire ?

Cette expérience permet de définir l'Ampère : l'Ampère est l'intensité d'un courant continu qui traverse deux fils rectilignes parallèles, distants de a = 1 mètre, et qui produit entre eux une force de 2×10^{-7} Newton par mètre de longueur.

Exercice 3 : Densité de courant dans un cylindre plongé dans un champ B uniforme

Un matériau conducteur est limité par deux cylindres de même axe et par deux plans perpendiculaires à l'axe. On établit entre les cylindres une différence de potentiel qui crée un champ électrique radial $\vec{E}(\rho)$. On plonge le cylindre dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et parallèle à l'axe de révolution Oz.

Dans ce cylindre, une particule M de charge q et de masse m initialement au repos subit une force de frottement $\vec{f} = -\frac{q}{\mu}\vec{v}$. Sa vitesse a à priori 3 composantes : v_ρ, v_θ, v_z.

1) Ecrire le principe fondamental pour la particule chargée M dans le matériau conducteur.
2) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la quantité complexe $\tilde{v} = v_\rho + iv_\theta$.
3) Résoudre cette équation différentielle et proposer une expression pour le vecteur densité de courant $\vec{j}$ dans le cylindre en régime permanent (faire tendre le temps t vers l'infini).