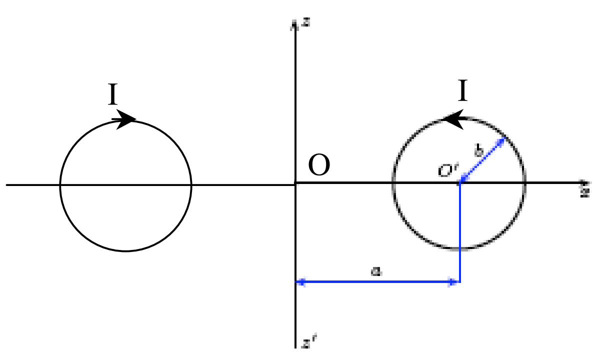
UNIVERSITE DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS
L2-SMP et L2-MP 11 janvier 2007
Électromagnétisme (durée 3h)
Documents interdits à l'exception du formulaire.
Lire le sujet en entier avant de commencer.

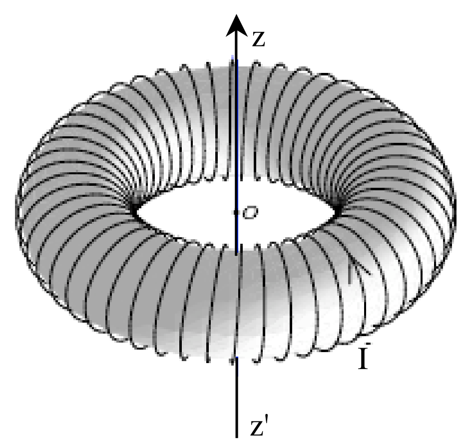
I- Champ magnétique créé par un disque chargé en rotation

Soit, en coordonnées cylindriques (r, θ, z) un disque de centre O et de rayon R qui porte la densité superficielle de charge σ. Ce disque est en rotation uniforme, à la vitesse angulaire ω, autour de l'axe Oz.
1) On considère la surface élémentaire du disque comprise entre les rayons r et r + dr. Montrer que cette surface est équivalente à une boucle circulaire $\mathcal{C}$ parcourue par un courant d'intensité di que l'on calculera.
2) En un point M(z) de l'axe Oz, calculer le champ magnétique $\overrightarrow{dB}(z)$ créé par la boucle $\mathcal{C}$ parcourue par le courant di. On précisera sa direction (symétries), son sens et son module.
3) En déduire le champ magnétique $\vec{B}(z)$ créé par le disque en rotation.

II- Champ magnétique produit par un bobinage toroïdal

On considère, en coordonnées cylindriques (r, θ, z), un bobinage toroïdal (voir schéma) constitué par N spires jointives. Le tore, d'axe de révolution z'z, est de rayon a; les spires sont de rayon b. Il est parcouru par un courant d'intensite I.





1) En s'appuyant sur des arguments de symétrie, montrer qu'en un point M de l'espace, le champ magnétique $\vec{B}$ est en $\hat{\theta}$.
2) Enoncer le théorème d'Ampère et l'appliquer à un circuit circulaire convenablement choisi passant par le point $M(r,\theta,z)$. Placer respectivement M à l'extérieur et à l'intérieur du tore pour montrer que $\vec{B}_{EXT} = \vec{0}$ et que $\vec{B}_{INT} = B(r)\,\hat{\theta}$; on calculera B(r).
3) A partir de cette question, on fera l'approximation $\vec{B}_{INT} = \vec{B}(O')$. Exprimer $\vec{B}(O')$.

Quelle est l'erreur relative maximale $\varepsilon = \left| \frac{B_{INT}^{max} - B(O')}{B(O')} \right|$ que l'on commet en faisant cette approximation ?

4) Déterminer le flux magnétique ϕ que le bobinage toroïdal envoie à travers lui-même. En déduire le coefficient d'auto-induction L du bobinage.

5) Quelle est la densité d'énergie magnétostatique u à l'intérieur et à l'extérieur du tore ? En déduire l'énergie magnétostatique totale W contenue dans ce système.

III- Relais émetteur de téléphonie mobile

On considére, en coordonnées cartésiennes, un relais de téléphonie mobile qui émet une onde électromagnétique plane dans le vide. En un point $M(\vec{r})$ de l'espace, le champ magnétique de l'onde est donné par l'expression: $\vec{B} = B_0 \hat{x} \cos(\omega t - k_0 y)$.

1) Rappeler les relations qui lient la pulsation ω, le module k_0 du vecteur d'onde dans le vide avec la fréquence ν et la longueur d'onde dans le vide λ_0. Quelles sont la direction, le sens de propagation et la vitesse de cette onde ? Quelle est sa polarisation ? Exprimer le vecteur d'onde $\vec{k}_0$.

2) Ecrire les équations de Maxwell dans le vide (pas de charge; pas de courant de conduction).

3) En déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}$ de l'onde.

4) Un observateur placé à l'origine du repère veut mesurer les amplitudes des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$.
Pour le champ électrique, il dispose d'une antenne rectiligne (dipôle); comment doit-il la placer pour mesurer E_0 ? Pour le champ magnétique, il utilise une bobine plate d'axe de révolution $\hat{n}$; comment doit-il l'orienter pour mesurer B_0 ?

5) La bobine de rayon R possède n spires et est orientée comme on vient de le voir. En considérant $\vec{B}$ uniforme à l'intérieur de la bobine, calculer la fem e induite par $\vec{B}$ aux bornes de l'enroulement.

6) Calculer la densité d'énergie électromagnétique u en un point de l'espace ainsi que sa valeur moyenne temporelle $\langle u \rangle$.

7) Calculer le vecteur de Poynting $\vec{R}$ en un point de l'espace ainsi que sa valeur moyenne temporelle $\langle \vec{R} \rangle$. En déduire la relation qui lie $\vec{R}$ et u.

8) A la distance L de l'émetteur, comment sont reliés $\langle \vec{R} \rangle$ et la puissance moyenne $\langle P \rangle$ de l'émetteur ?

* * * * * * * * * * * *