

Examen du 11 janvier 2012

Durée : 2h. La rédaction doit être précise et concise. On reportera les numéros des questions et sous-questions sur la copie d'examen. Aucun document n'est autorisé.

1. Efficacité d'une pompe à chaleur

1. Donner, en 15 lignes **maximum**, le principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur.
2. Donner la définition d'*efficacité* d'une pompe à chaleur.
3. Montrer que l'efficacité d'une pompe à chaleur est toujours supérieure à 1.

2. Moteurs de Stirling

Le moteur de Stirling est un moteur à énergie externe dont l'apport thermique peut se faire par chauffage solaire¹. Dans ce type de machine, l'énergie thermique fournie par deux sources de température externes (une chaude T_c et une froide T_f) est convertie en énergie mécanique par l'intermédiaire d'un fluide caloporteur subissant un cycle thermodynamique. Ici ce fluide caloporteur sera assimilé à n moles de gaz parfait de capacité thermique C_v (indépendante de la température).

Le cycle réversible de Stirling est constitué de 4 branches successives :

- une compression isotherme à la température T_f de l'état A (volume V_1 , pression P_A à l'état B (volume $V_2 < V_1$, pression P_B),
- une compression isochore de l'état B à l'état C (pression P_C),
- une détente isotherme à la température T_c de l'état C à l'état D (volume V_1 , pression P_D),
- une diminution de pression isochore de l'état D à l'état A.

1. Dessinez le cycle de Stirling dans le plan de Clapeyron, en précisant sur le graphe les coordonnées des points ABCD.
2. On s'intéresse d'abord aux branches isothermes du cycle. Pour chacune d'elles, calculez le travail échangé entre le gaz parfait et le milieu extérieur (avec le signe correct, suivant la convention habituelle du travail "reçu"). Déterminez ensuite le travail total W échangé au cours du cycle et montrez qu'il est moteur.
3. Pour chacune des 2 branches isothermes, établir l'expression de ΔU et déduisez-en les chaleurs échangées le long de ces isothermes.
4. Déterminez Q_+ , l'énergie thermique acquise par le gaz le long des branches BC et CD.

1. Des études actuelles montrent que les moteurs Stirling, couplés avec des paraboles solaires géantes, peuvent utiliser l'énergie solaire avec un rendement supérieur aux cellules photovoltaïques.

5. Montrez que le rendement du cycle de Stirling est

$$\eta = \frac{nR(T_c - T_f) \ln(V_1/V_2)}{C_v(T_c - T_f) + nRT_c \ln(V_1/V_2)}$$

6. On cherche à augmenter ce rendement en restituant au gaz sur la branche BC une proportion α (< 1) de la perte thermique Q_{DA} . L'énergie thermique consommée par le moteur devient alors $Q_+ - \alpha Q_{DA}$. Établir l'expression du nouveau rendement η' . Que devient cette expression dans le cas limite où $\alpha = 1$? Commenter.

3. Evaporation

On verse une mince couche d'eau dans une assiette. Sans y toucher, après un jour ou deux l'eau a disparu. Décrivez en quelques mots comment l'eau a pu se transformer en vapeur alors que la température ambiante est bien inférieure à la température d'ébullition de l'eau. (Etayer l'explication avec la courbe d'équilibre de phases liquide-vapeur dans le plan (P, T) .)

4. Energie moyenne et fonction de partition

On considère une particule en contact avec une source thermique à température T . Cette particule est caractérisée par des états discrets d'énergie $\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_2 < \dots$, chaque état d'énergie \mathcal{E}_i ($i \in N$) étant non dégénéré. On rappelle que dans ce cas, la probabilité que cette particule se trouve dans l'état d'énergie \mathcal{E}_i est donnée par :

$$P_i = \frac{e^{-\beta \mathcal{E}_i}}{Z(\beta)}$$

$\beta = 1/kT$

1. Que représente β dans cette expression ?
2. Comment appelle-t-on $Z(\beta)$? Exprimez $Z(\beta)$ en fonction de β et des \mathcal{E}_i .
3. Montrez que l'énergie moyenne de la particule est reliée à $Z(\beta)$ par la relation :

$$\langle \mathcal{E} \rangle = - \frac{d \ln Z}{d\beta}$$

4. Dans le cas d'une particule de gaz parfait, $Z(\beta) = (\beta m / 2\pi)^{-3/2}$. Que peut-on en déduire ?