INTERRO MMP | Marcos, mars 2009

UNIVERSITÉ DE NICE
MÉTH. MATH. PHYSIQUE

L2SM
2008–2009

Contrôle 5 Mars 2009

Sujet B

Soit la base canonique $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$, où

$$\mathbf{e}_1 = (1,0,0) \qquad \mathbf{e}_2 = (0,1,0) \qquad \mathbf{e}_3 = (0,0,1).$$

On considère l'endomorphisme $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ qui au vecteur $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ associe le vecteur $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$, défini par

$$\begin{cases} y_1 = 3x_1 - x_3 \\ y_2 = x_1 + 2x_2 - x_3 \\ y_3 = -x_1 + 3x_3, \end{cases}$$

lorsque les vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ sont exprimés dans la base canonique.

1. Expliciter la matrice $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$ associée à l'endomormisme f dans la base $\mathcal{B}$.
2. On considère la nouvelle base $\mathcal{C} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3)$, avec

$$\mathbf{u}_1 = (0,1,-1) \qquad \mathbf{u}_2 = (1,0,1) \qquad \mathbf{u}_3 = (1,-1,0).$$

   (a) Calculer la matrice de passage P entre les deux bases.

   (b) En utilisant la matrice P, calculer la matrice $\mathrm{Mat}_{\mathcal{C}}(f)$ associée à l'endomormisme f dans la base $\mathcal{C}$.