

Documents interdits à l'exception du formulaire.

Lire le sujet en entier avant de commencer.

(Barème indicatif: 1) 5 pts; 2) 12 pts; 3) 3 pts.)

Exercice 1: Onde électromagnétique

Une onde électromagnétique sinusoïdale est décrite par : $\vec{B}(x, y, z, t) = \frac{1}{\mu_0(x^2+y^2)^{1/4}} \sin(\omega t - k\sqrt{x^2+y^2})\hat{z}$

- 1.1: Réécrire le champ magnétique en coordonnées cylindriques et en coordonnées sphériques.
- 1.2: Préciser la fréquence, la longueur d'onde, la polarisation, les surfaces d'onde, la direction et la vitesse de propagation de l'onde.
- 1.3: Calculer le champ électrique \vec{E} associé à \vec{B} . (on utilisera les coordonnées cylindriques)
- 1.4: Calculer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$.
- 1.5: Quel est le flux d'énergie traversant toute surface d'onde (c'est à dire toute surface de phase constante)?

Exercice 2: Effet de peau

Un milieu conducteur de conductivité $\sigma = 5,6 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$, caractérisé par la permittivité diélectrique $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} \text{SI}$ et par la perméabilité magnétique $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{SI}$, occupe le demi-espace $x > 0$.

Ce conducteur est placé dans un champ électromagnétique sinusoïdal de fréquence ν et invariant par translation selon les axes Oy et Oz .

On se placera dans tout le problème à des fréquences $\nu < \nu_0$, fréquence pour laquelle le module du courant de déplacement est égal au millième du module du courant de conduction.

- 2.1: Calculer la fréquence ν_0 (donner une valeur approximative sans utiliser de calculatrice). Commenter.
- 2.2: En utilisant les équations de Maxwell et la loi d'Ohm, établir l'équation différentielle vérifiée par le champ électrique $\vec{E}(M, t)$ en $M(x, y, z)$ à l'instant t à l'intérieur du conducteur.
- 2.3: Les lignes de courant dans ce conducteur sont parallèles à l'axe Oy .
 - (a) Montrer qu'au point $M(x, y, z)$, la densité de courant volumique est de la forme :
 $\vec{j}(x, t) = j_0 e^{(-\frac{x}{\delta})} \cos(2\pi\nu t - kx)\hat{y}$; exprimer δ et k en fonction de μ_0 , π , ν et σ .
 - (b) Justifier la dénomination d' "épaisseur de peau" attribuée à δ .
- 2.4:
 - (a) Exprimer le champ magnétique $\vec{B}(x, t)$ dans le conducteur en M .
 - (b) En déduire la puissance moyenne P_R rayonnée à travers une surface plane S située dans le plan d'abscisse x , en fonction de S , j_0 , x , δ et γ .
- 2.5: Exprimer la puissance moyenne P_J dissipée par effet Joule dans le parallélépipède délimité par les plans $x = 0$ et $x = 5\delta$ et de section S .
- 2.6: Comparer P_R et P_J . Conclure.

Exercice 3: Approximation des régimes quasi stationnaires (A.R.Q.S.)

- 3.1: Donner la définition de l'A.R.Q.S. par rapport aux définitions du potentiel scalaire et du potentiel vectoriel.
- 3.2: Quelles sont les conséquences sur les équations de Maxwell?
- 3.3: À quelle condition liant la fréquence et la largeur du circuit peut-on utiliser l'A.R.Q.S.?