Les deux exercices sont indépendants. Seul document autorisé : formulaire distribué. Calculatrices non autorisées.

Exercice 1 :

Soient $\vec{A}_1(M)$ et $\vec{A}_2(M)$ deux champs vectoriels et $f((M)$ un champ scalaire définis partout dans l'espace physique. Montrer les deux relations suivantes en utilisant le système de coordonnées cartésiennes :

$$div(\vec{A}_1 \wedge \vec{A}_2) = \vec{A}_2.\vec{rot}\vec{A}_1 - \vec{A}_1.\vec{rot}\vec{A}_2$$

$$\vec{rot}(f\vec{A}_1) = f\vec{rot}(\vec{A}_1) + (\vec{grad}f) \wedge \vec{A}_1$$

Exercice 2 :

On désigne par D le cylindre droit de l'espace :

$$\{(x,y)\backslash x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$$

et par S sa frontiére (surface).
Soit $\vec{V}$ le champ de vecteurs défini par :

$$\vec{V} = xz\vec{e_x} + yz\vec{e_y} + 3z^2\vec{e_z}$$

2.1) Calculer directement le flux du champ vectoriel $\vec{V}$ à travers la surface S du cylindre.
2.2) Retrouvez le résultat en utilisant le théorème d'Ostrogradsky.