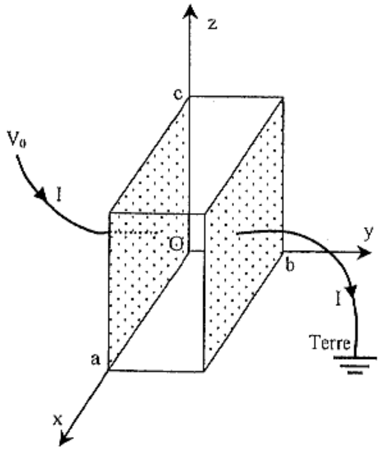
UNIVERSITE DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS **L2-SM**

Électromagnétisme 1 (durée 2h) 14 décembre 2009

Documents interdits à l'exception du formulaire.
Lire le sujet en entier avant de commencer.

I. Résistance d'une cuve à électrolyse avec un gradient de concentration

Soit une cuve à électrolyse parallélépipédique de côtés a, b, c respectivement selon Ox, Oy et Oz. Les électrodes sont les faces parallèles au plan xOz (voir schéma). L'électrode située en y=b est mise à la terre tandis que l'électrode située en y=0 est portée au potentiel $V_0 > 0$. La cuve est remplie d'eau et du sel est disposé au fond; par gravité, il s'établit dans la cuve un gradient de concentration de sel qui rend la conductivité dépendante de z selon la relation $\gamma(z)=\gamma_0 e^{-z/\ell}$; γ_0 étant la conductivité à la cote z=0 et ℓ étant une longueur caractéristique.



1-Il s'établit un champ électrique uniforme $\vec{E}$ dans la cuve. Déterminer $\vec{E}$ (direction, sens, module).

2-En déduire le vecteur densité de courant $\vec{j}(z)$ à la cote z.

3-Déterminer l'intensité I du courant en calculant le flux de $\vec{j}(z)$.

4-Appliquer la loi d'Ohm pour trouver la résistance R de la cuve.

5-Calculer la résistance R d'une autre façon, en découpant l'électrolyte en éléments d'épaisseur dz associés en parallèle. On calculera d'abord la conductance élémentaire $d\mathbb{C}$ de l'un de ces éléments et on en déduira la conductance totale $\mathbb{C}$ par intégration et enfin la résistance R (on rappelle que la conductance est l'inverse de la résistance).

II. Champ magnétique produit par un ou deux fils parcourus par le courant I

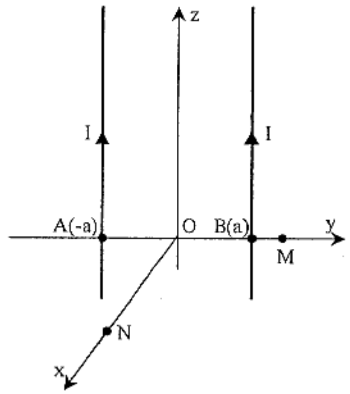
1-On considère un fil rectiligne infini parcouru vers les z>0 par un courant d'intensité I.

1.1-Soit un point $M(\rho,\theta,z)$ en coordonnées cylindriques. En vous aidant des symétries et invariances, précisez l'orientation et la dépendance du champ magnétique $\vec{B}$ en M.

1.2-A l'aide du théorème d'Ampère, déterminez $\vec{B}$.

2-On considère maintenant deux fils rectilignes infinis, parallèles à l'axe Oz, passant par les points A(x=0, y=-a, z=0) et B(x=0, y=+a, z=0), parcourus par le même courant d'intensité I dirigé vers les z>0 (voir schéma).

2.1-En utilisant les symétries, précisez l'orientation du champ magnétique $\vec{B}$ au point M de l'axe Oy et donnez sa valeur à l'origine.



2.2- Soit un point $M(0,y,0)$ de l'axe Oy tel que y > a, utilisez le résultat de la question 1 pour déterminer le champ magnétique produit en M par les deux fils.

2.3-Vérifiez qu'on trouve le même résultat pour 0<y<a. Précisez l'orientation de $\vec{B}$ pour 0<y<a, -a<y<0 et y<-a puis représentez graphiquement B en fonction de y.

2.4-En vous aidant toujours de la question 1, calculez maintenant le champ $\vec{B}$ en tout point N(x,0,0) de l'axe Ox. Tracez le graphe B(x) et calculez l'abscisse des extrémums.

2.5-Montrez que, si y >> a pour M et x >> a pour N, on peut remplacer les deux fils par un seul dont on précisera la position et l'intensité qui le parcourt.

* * * * * * * * * * * * * *