L2 MPIE2 Electromag 1 - Année 2008-2009

Controle Continu Terminal du 17 Décembre 2008

Les trois exercices sont indépendants. Seul document autorisé : formulaire distribué. Lire entièrement le sujet avant de commencer. Durée : 2 heures.

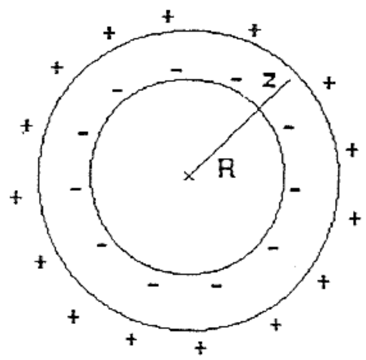
Cours : Champ magnétique d'une spire

On considère une spire de centre O, rayon R et d'axe Oz parcourue par une intensité I constante. On demande de trouver l'expression du champ magnétique en un point M à la hauteur z en dessus du plan de la spire en utilisant la loi de Biot et Savart.

Exercice 1 : Etude électrique du système Terre-Ionosphère

La Terre et son ionosphère, couche ionisée située à une altitude z_0 fixe au-dessus du sol, sont le siège de phénomènes électriques importants. On adoptera un modèle simple du système Terre-Ionosphère (voir schéma), en l'assimilant à un gigantesque condensateur sphérique dans lequel :

- la Terre se comporte comme un conducteur parfait sphérique à l'équilibre de potentiel $V_1 = 0$ et porte une charge négative -Q uniformément répartie en surface. Son rayon est $R = 6400$ km.
- l'ionosphère est représentée par une surface équipotentielle sphérique de rayon $R + z_0$, de potentiel V et de charge totale +Q. On considèrera que l'atmosphère depuis le sol jusqu'à l'ionosphère possède la permittivité du vide : $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$ $C.V.m^{-1}$



1) Etablir l'expression du champ électrostatique $E(z)$ à une altitude z quelconque au-dessus du sol, en fonction de z, Q, R et ϵ_0.
2) En déduire l'expression de la capacité du système Terre-Ionosphère en fonction de R, z_0 et ϵ_0. Donner son ordre de grandeur en faisant une application numérique.
3) Des mesures ont permis de préciser le module du champ électrostatique $E_{z=0} = E_0$, au voisinage immédiat du sol : $E_0 = 100$ $V.m^{-1}$. En déduire l'expression puis la valeur numérique de la charge Q au niveau du sol (avec son signe). Quelle est la valeur du potentiel à l'altitude z_0 ?

Exercice 2 : Etude de la conductivité dans le cuivre

Dans le cuivre, les porteurs de charge responsables du courant électrique sont les électrons libres de charge $q = -e$, de masse m et leur nombre par unité de volume est noté n.

1) Chaque atome de cuivre contribue en moyenne un électron libre. Calculer n et la norme v de la vitesse moyenne de ces électrons pour un courant volumique $J = 1000\ A.cm^{-2}$. On donne : $e = 1.6.10^{-19}$ C, $m = 0.9110^{-30}$ kg, le nombre d'Avogadro $N_A = 6.02.10^{23}\ mol^{-1}$, la masse volumique $\mu = 8.96\ g.cm^{-3}$ et la masse molaire du cuivre $M = 63.5\ g.mol^{-1}$.

2) Dans le réseau cristallin du cuivre, les électrons ressentent la force de Coulomb liée au champ électrique $\vec{E}$ et une force de frottement $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$, où τ représente le temps moyen séparant deux chocs de l'électron avec des impuretés du réseau.

a) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique pour un électron de vitesse moyenne $\vec{v}$.

b) Intégrer cette équation en adoptant une vitesse moyenne nulle à $t = 0$. Tracer l'allure de $v(t)$. Montrer qu'un régime stationnaire peut être atteint et donner l'expression de la vitesse atteinte dans ce régime.

c) En régime stationnaire, donner l'expression de la mobilité μ des électrons vérifiant $\vec{v} = \mu\vec{E}$ et celle de la conductivité électrique γ à partir de la loi d'Ohm locale.

d) On a mesuré $\gamma = 5.8.10^{7}\ S.m^{-1}$, calculer τ et montrer que le régime stationnaire est pratiquement instantanné.

e) En régime stationnaire, quelle est la charge volumique ρ de ce conducteur ? Comment expliquez vous ce résultat ?

3) En régime stationnaire, exprimer le travail de la force électrostatique puis montrer que la puissance par unité de volume, $\frac{dP}{d\tau}$, s'exprime en fonction de γ et E sous la forme : $\frac{dP}{d\tau} = \gamma.E^2$

4) Considérons un fil de cuivre de longueur l, de section constante s et de conductivité γ. On maintient entre les deux extrémités du fil une différence de potentiel constante $V_1 - V_2$. Le conducteur est alors parcouru par un courant d'intensité I.

a) Etablir la loi d'Ohm macroscopique à partir de la loi d'Ohm locale. En déduire l'expression littérale de la résistance R de ce fil.