UNIVERSITE DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS **L2-SM**

Électromagnétisme (durée 2h) 12 novembre 2009

Documents interdits à l'exception du formulaire.

Lire le sujet en entier avant de commencer.

I- Effet thermoélectronique

Dans un tube à vide, un filament rectiligne porté par l'axe Oz, de longueur infinie et de diamètre négligeable, est chauffé et émet des électrons, créant dans le tube une distribution de charges à symétrie cylindrique $\rho(r,\theta,z)$ que l'on admet être de la forme : $\rho(r)=\dfrac{a}{r^{1+\alpha}}$ où a et α sont des constantes ($0<\alpha<1$). Le filament lui-même ne porte aucun excès de charge.

1-Etudier les symétries et invariances du système ; en déduire l'orientation et la dépendance du champ électrique $\vec{E}$ dans le tube.

2-Calculer directement la charge $q(R)$ contenue dans un cylindre d'axe Oz, de hauteur h et de rayon R (attention ! ρ dépend de r).

3-Calculer le flux de $\vec{E}$ à travers le cylindre d'axe Oz, de hauteur h et de rayon R.

4-En déduire l'expression du champ électrique en $r=R$. Quel est le signe de a ? Quelle est le sens de $\vec{E}$?

5- Vérifier que $div\,\vec{E}(r)=\dfrac{\rho(r)}{\varepsilon_0}$

6-Calculer $\overrightarrow{rot}\,\vec{E}(r)$; quelle est la propriété de ce champ ?

7-Calculer le potentiel scalaire (on déterminera la constante en posant $V=0$ pour r=0).

8-Calculer la circulation du champ électrique entre l'origine et le point P(R, 0, 0).

9-Vérifier que cette circulation est égale à la diminution du potentiel.

II- Plan troué chargé

Un plan xOy, percé d'un trou circulaire de centre O et de rayon R, est chargé avec la densité surfacique de charge σ uniforme.

1-Etudier les symétries et invariances du système ; en déduire l'orientation et la dépendance du champ électrique $\vec{E}$ en un point M de l'axe Oz et en un point N en dehors de cet axe.

2-Soit un point M de l'axe Oz situé à la côte z. Calculer le champ électrique $\vec{E}(z)$ en M (on aura avantage à utiliser comme variable d'intégration l'angle α sous lequel on voit le segment OP depuis le point M, P étant un point du plan. Calculer puis expliquer physiquement les valeurs de $\vec{E}(z)$ en $z=0$ et $z\to\infty$.

3-Vérifier le théorème de superposition $\vec{E}$(plan troué) = $\vec{E}$(plan) + $\vec{E}$(disque chargé avec $-\sigma$) pour un point M de l'axe Oz (on utilisera les résultats de la question 2).

4-Calculer le potentiel scalaire $V(z)$ au point M pour le plan troué (pour s'affranchir de la constante, on pourra calculer $V_M(z)-V(0)$)

5-Tracer les graphes $|\vec{E}(z)|$ et $V_M(z)-V(0)$.

* * * * * * * * * * *