

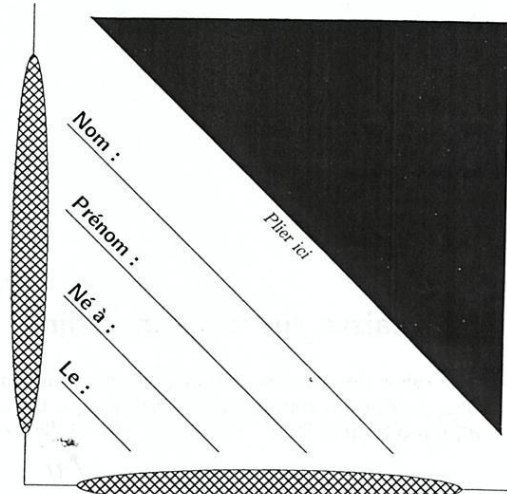
Licence MP – Première année  
Contrôle de mécanique

4 octobre 2010 – Durée : 1h30

Groupe :	Note :
----------	--------

Repliez le coin où est marqué votre nom.

Documents non autorisés.



### 1 – Loi de Kepler

Un satellite décrit une trajectoire circulaire de rayon  $r$  autour de la Terre de masse  $M$ . Le rayon de la Terre est  $R$ . Le satellite subit une attraction gravitationnelle caractérisée par la constante universelle de gravitation  $\mathcal{G}$ .

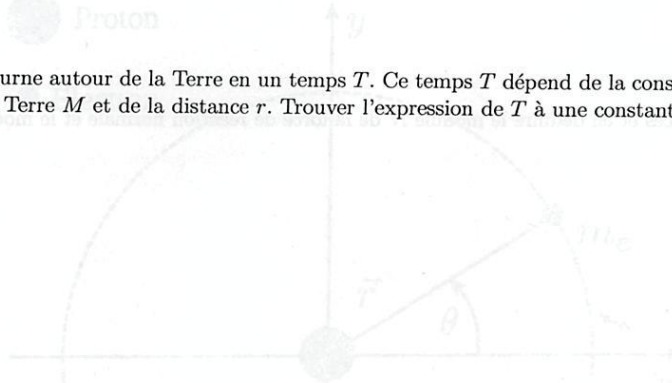
a. Rappeler la dimension de l'accélération de pesanteur  $g$ .

b. On a la relation suivante entre  $g$  et  $\mathcal{G}$

$$g = \frac{gR^2}{M}$$

Trouver la dimension de  $\mathcal{G}$ .

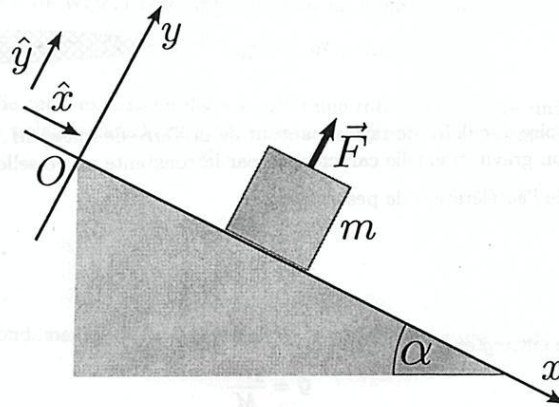
c. Un satellite tourne autour de la Terre en un temps  $T$ . Ce temps  $T$  dépend de la constante de gravitation  $\mathcal{G}$ , de la masse de la Terre  $M$  et de la distance  $r$ . Trouver l'expression de  $T$  à une constante près.



d. Application numérique : trouver un ordre de grandeur de  $T$  en secondes puis en heures. On donne les valeurs suivantes :  $M = 5.97 \cdot 10^{24}$  kg,  $\mathcal{G} = 6.67 \cdot 10^{-11}$  SI, et  $r = 4.2 \cdot 10^7$  m.

## 2 – Caisse sur un plan incliné

Une caisse de masse  $m = 0.1 \text{ kg}$  est posée sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$ . La force d'adhésion  $\vec{f}_a$  sur le plan (frottement statique) de coefficient  $\mu_a = 0.8$  la maintient au repos. On tire sur la caisse avec une petite force  $\vec{F}$  dirigée suivant  $\hat{y}$ .



- Placer sur le schéma le poids  $\vec{P}$ , la réaction normale du plan  $\vec{N}$  et la force d'adhésion  $\vec{f}_a$ .
- Trouver l'expression du vecteur  $\vec{P}$  dans la base  $(\hat{x}, \hat{y})$ .
- Faire un bilan des forces et en déduire le module  $N$  de la force de réaction normale et le module  $f_a$  de la force d'adhésion.
- Quelle est l'expression de  $f_{\max}$ , la valeur maximale de la force d'adhésion ?

e. On augmente progressivement la force  $F$ . Pour quelles valeurs de la force  $F$  la caisse va-t'elle se mettre à glisser ?

f. Pour quelles valeurs de  $F$  la caisse va t'elle se soulever du plan ?

g. Application numérique : calculer la valeur de  $F$  où la caisse se met à glisser et celle où elle se soulève du plan. On utilisera  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

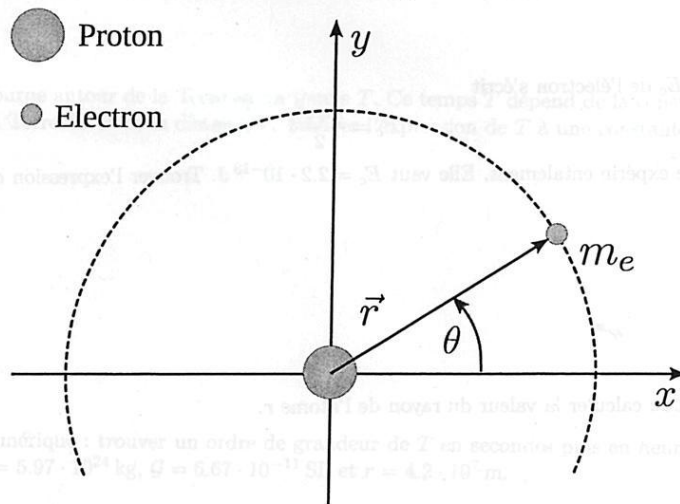
### 3 – Atome d'hydrogène

Un atome d'hydrogène est composé par un proton supposé fixe au centre d'un repère galiléen autour duquel tourne un électron de masse  $m_e$ . Le proton exerce sur l'électron une force électrique  $\vec{F}$ , attractive et dirigée vers le centre du proton. Le module de cette force électrique vaut

$$F = \frac{\alpha}{r^2}$$

où  $r$  est la distance entre le proton et l'électron et  $\alpha = 2.3 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ .

On suppose que l'électron décrit un mouvement circulaire de rayon  $r$  à vitesse uniforme  $v$  autour du proton.



a. Représenter sur le schéma les vecteurs  $\hat{r}$  et  $\hat{\theta}$ , base des vecteurs en coordonnées polaires.

b. Représenter sur le schéma la force  $\vec{F}$ . Ecrire l'expression de la force  $\vec{F}$  en coordonnées polaires.

c. Représenter le vecteur vitesse  $\vec{v}$  sur le schéma et donner son expression en coordonnées polaires.

d. Rappeler la relation entre et le module de la vitesse  $v$  et la vitesse angulaire  $\dot{\theta}$ .

e. On donne l'expression du vecteur accélération  $\vec{a}$  pour un mouvement circulaire en coordonnées polaires

$$\vec{a} = -r\dot{\theta}^2 \cdot \hat{r} + r\ddot{\theta} \cdot \hat{\theta}$$

Comment se simplifie cette expression dans le cas d'une rotation à vitesse uniforme? En déduire l'expression de  $\vec{a}$  en coordonnées polaires dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme en fonction de  $v$  et  $r$ .

f. Utiliser le principe fondamental de la dynamique et en déduire l'expression du rayon  $r$  de l'atome en fonction de  $\alpha$ ,  $v$  et  $m_e$ .

g. L'énergie cinétique  $E_c$  de l'électron s'écrit

$$E_c = \frac{m_e v^2}{2}$$

et peut être mesurée expérimentalement. Elle vaut  $E_c = 2.2 \cdot 10^{-18}$  J. Trouver l'expression de  $r$  en fonction de  $E_c$  et  $\alpha$ .

h. Application numérique : calculer la valeur du rayon de l'atome  $r$ .