

Q.E.D

OK

Université de Nice Sophia Antipolis

L1 SM 2011-2012

Contrôle d'Analyse du 8 novembre 2011.

Durée : 1 heure

Les documents, calculatrices et matériels électroniques ne sont pas autorisés.
Dans sa notation, le correcteur tiendra compte de la clarté des arguments développés et du soin apporté à leur présentation.

Exercice 1 (7 points)

On considère la fonction $\phi :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par : $\phi(x) = \frac{x \cos(\pi\sqrt{x})}{\sqrt{x^3+x^2+1}}$

- 1.1) Cette fonction est-elle bornée ?
1.2) Comparez $\phi(0)$, $\phi(1)$ et $\phi(4)$. La fonction ϕ est-elle monotone ?
1.3) Admet-elle une limite en $+\infty$?

Exercice 2 (7 points)

Soit la fonction $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = (x^2 + x) \sin\left(\frac{\pi}{5x}\right)$

- 2.1) Soit $x_0 \in \mathbb{R}^*$. Expliquez pourquoi f est continue en x_0 .
2.2) f est-elle prolongeable en une fonction continue sur \mathbb{R} ?

Exercice 3 (7 points)

Soit la fonction $g :]-1; 3[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = x |\sin(\frac{\pi x}{2})|$

- 3.1) Etudiez le signe de $\sin(\frac{\pi x}{2})$ sur l'intervalle $] -1; 3[$.
En déduire les expressions et la dérivabilité de la fonction g sur les intervalles $] -1; 0[$, $] 0; 2[$ et $] 2; 3[$.
3.2) Calculez les expressions de la dérivée $g'(x)$.
Présentez le signe de $\sin(\frac{\pi x}{2})$, les expressions de $g(x)$ et celles de $g'(x)$ dans un même tableau.
3.3) La fonction g est-elle dérivable en 0 ?

